

## **Cinemática: M.R.U.V.**

### **Movimiento Rectilíneo uniformemente variado**

Las características de este movimiento son: trayectoria rectilínea ; velocidad variable ; aceleración uniforme.

#### **Veremos primero ¿Qué es la aceleración?**

Existe aceleración cuando hay un cambio de velocidad durante el movimiento de un cuerpo.

En el MRU, que estudiamos, no hay aceleración porque la velocidad es constante, es decir, no varía.

#### Definición de Aceleración

*La aceleración de un móvil es la variación de su velocidad en un intervalo de tiempo.*

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t}$$

$\Delta$ : letra griega “delta” mayúscula, se utiliza para indicar variación

$\Delta v$ : se lee “variación de velocidad”

$\Delta t$ : se lee “variación de tiempo”

$$\Delta v = v_f - v_i$$

$v_f$ : velocidad final

$v_i$ : velocidad inicial

#### Unidad de aceleración en el SIMELA

$[a]$  = se lee: “unidad de aceleración”

$[v]$  = se lee: “unidad de velocidad”

$[t]$  = se lee: “unidad de tiempo”

$$[a] = \frac{[v]}{[t]} = \frac{\frac{m}{s}}{s} = \frac{m}{s^2}$$

Esto significa que en cada segundo, el móvil varía su velocidad en un  $\frac{m}{s}$

#### Otras unidades de aceleración

$$[a] = \frac{[v]}{[t]} = \frac{\frac{km}{h}}{h} = \frac{km}{h^2}$$

$$[a] = \frac{[v]}{[t]} = \frac{\frac{cm}{min}}{min} = \frac{cm}{min^2}$$

**Observar:**

Siempre la unidad de aceleración es una unidad de longitud sobre una unidad de tiempo elevado al cuadrado.

**Interpretación del signo de la aceleración**

- Si la aceleración es positiva ( $a > 0$ ), hay aumento de velocidad.
- Si la aceleración es negativa ( $a < 0$ ), hay una disminución de la velocidad.
- Si la aceleración es nula ( $a = 0$ ), es porque no hay variación de la velocidad, es decir, la velocidad es constante.

**M.R.U.V.**

**MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO**

En la mayoría de las situaciones cotidianas es muy raro que un móvil tenga movimiento rectilíneo uniforme. Puede ir a una velocidad constante y luego acelerar, después frenar y tomar una curva. Además, al arrancar se aumenta la velocidad y al llegar a destino se va disminuyendo hasta detenerse.

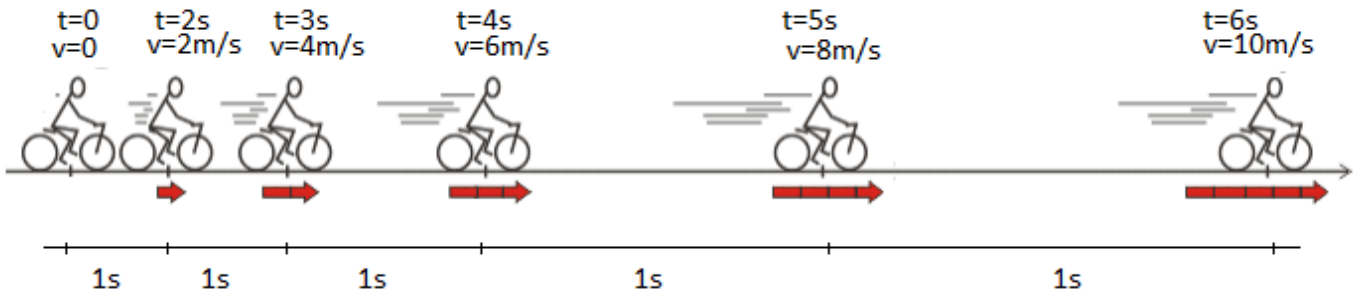
Un **movimiento variado** es aquel en el que la velocidad no es constante, o sea, varía, y esa variación a través del tiempo es la aceleración que posee el móvil.

**Ejemplos:**

**CASO 1: ACELERACIÓN POSITIVA**

“Una bicicleta aumenta uniformemente el módulo de su velocidad”

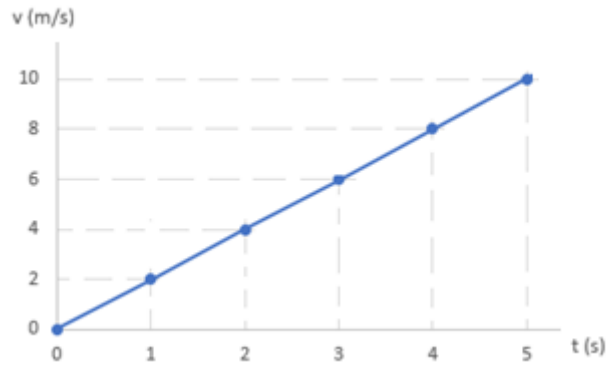
Se puede ver que la velocidad va aumentando a medida que el tiempo transcurre:



$\Delta t$ (s)	$\Delta v \left(\frac{m}{s}\right)$	Aceleración ( $m/s^2$ ) $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$
$1s - 0s = 1s$	$2\frac{m}{s} - 0\frac{m}{s} = 2\frac{m}{s}$	$2\frac{m}{s^2}$
$2s - 1s = 1s$	$4\frac{m}{s} - 2\frac{m}{s} = 2\frac{m}{s}$	$2\frac{m}{s^2}$
$3s - 2s = 1s$	$6\frac{m}{s} - 4\frac{m}{s} = 2\frac{m}{s}$	$2\frac{m}{s^2}$
$4s - 3s = 1s$	$8\frac{m}{s} - 6\frac{m}{s} = 2\frac{m}{s}$	$2\frac{m}{s^2}$
$5s - 4s = 1s$	$10\frac{m}{s} - 8\frac{m}{s} = 2\frac{m}{s}$	$2\frac{m}{s^2}$

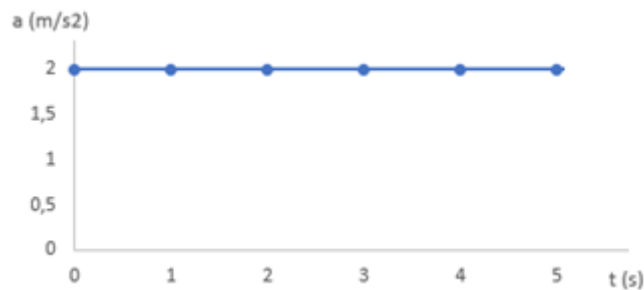
Representación gráfica de la velocidad en función del tiempo (teniendo en cuenta los datos del ejemplo)

La curva del gráfico velocidad tiempo ( $v/t$ ) es una línea recta ascendente, en donde indica que el módulo de la velocidad aumenta en forma constante en el tiempo.



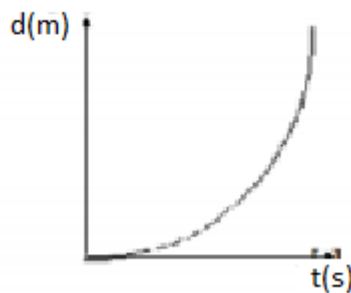
Representación gráfica de la aceleración en función del tiempo

La línea recta paralela al eje de las abscisas indica que la aceleración es constante.



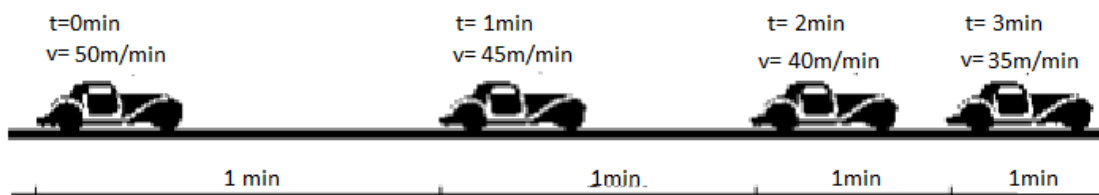
Representación gráfica de la distancia en función del tiempo

La curva del gráfico distancia-tiempo ( $d/t$ ) es un arco de parábola, pues, por ser un movimiento acelerado, el móvil recorre distancias cada vez mayores en intervalos de tiempos iguales.



**CASO 2: ACELERACIÓN NEGATIVA**

“El móvil disminuye uniformemente el módulo de la velocidad.”



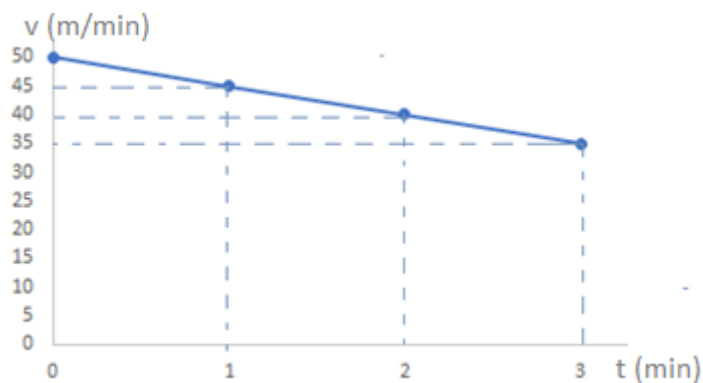
Se puede ver que la velocidad va disminuyendo a medida que el tiempo transcurre:

		Aceleración ( $m/s^2$ )
--	--	-------------------------

$\Delta t$ (s)	$\Delta v \left(\frac{m}{s}\right)$	$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$
$1\text{min} - 0\text{min} = 1\text{min}$	$45 \frac{m}{\text{min}} - 50 \frac{m}{\text{min}} = -5 \frac{m}{\text{min}}$	$-5 \frac{m}{\text{min}^2}$
$2\text{min} - 1\text{min} = 1\text{min}$	$40 \frac{m}{\text{min}} - 45 \frac{m}{\text{min}} = -5 \frac{m}{\text{min}}$	$-5 \frac{m}{\text{min}^2}$
$3\text{min} - 2\text{min} = 1\text{min}$	$35 \frac{m}{\text{min}} - 40 \frac{m}{\text{min}} = -5 \frac{m}{\text{min}}$	$-5 \frac{m}{\text{min}^2}$

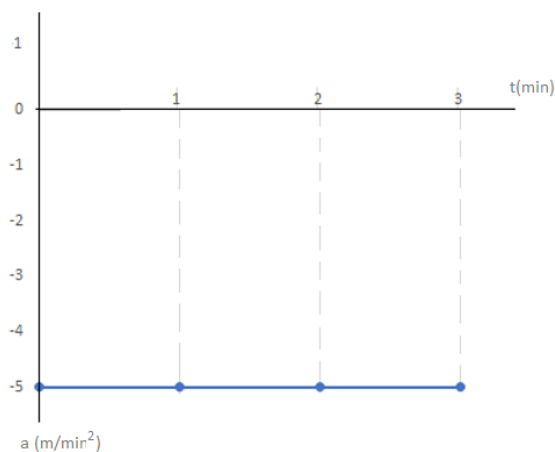
Representación gráfica de la velocidad en función del tiempo (teniendo en cuenta los datos del ejemplo)

La línea recta descendente indica que el módulo de la velocidad disminuye en forma constante en el tiempo.



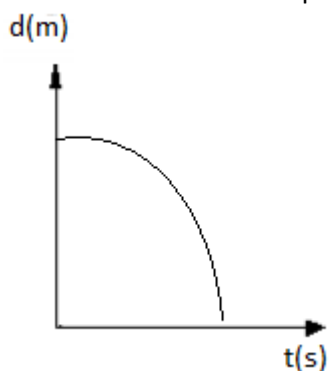
Representación gráfica de la aceleración en función del tiempo

La línea recta paralela al eje de las abscisas indica que la aceleración es de sentido negativo y constante.



Representación gráfica de la distancia en función del tiempo

La curva del gráfico  $d/t$  es un arco de parábola, pues, por ser un movimiento con aceleración negativa, el móvil recorre distancias cada vez menores en intervalos de tiempo iguales.



---

Movimiento rectilíneo uniformemente variado es aquel en el que el movimiento describe una trayectoria rectilínea y en el que la velocidad tiene variaciones iguales en intervalos de tiempo iguales.

---

### **Fórmulas de MRUV**

**Fórmula de aceleración**

$$a = \frac{v_f - v_i}{t}$$

$$v_f = v_i + a \cdot t$$

**Fórmula de velocidad final**

$$v_i = v_f - a \cdot t$$

**Fórmula de velocidad inicial**

$$t = \frac{v_f - v_i}{a}$$

**Fórmula de tiempo**

**Fórmula de distancia**

$$d = v_i \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$a$  = aceleración

$v_f$  = velocidad final

$v_i$  = velocidad inicial

$t$  = tiempo

**Videos de ejemplos:**

<https://www.youtube.com/watch?v=4or9OooCHHU>

<https://www.youtube.com/watch?v=epRIAEyh0Ys>

<https://www.youtube.com/watch?v=pjH6zl-lqT0>

➤ **Para resolver los ejercicios tener en cuenta:**

- ✓ Extraer los datos del problema correctamente y hacer una lista de datos. Para ello leer dos veces el problema.
- ✓ Todos los datos deben estar expresados con la misma unidad.

- ✓ Cuando un móvil parte de reposo la velocidad inicial es  $0 \frac{m}{s}$  o  $0 \frac{km}{h}$  (según los datos que tengamos en el problema).

- ✓ Cuando un móvil se detiene la velocidad final es  $0 \frac{m}{s}$  o  $0 \frac{km}{h}$  (según los datos que tengamos en el problema).

1

- ✓ El  $\frac{1}{2}$  de la fórmula lo expresamos como 0,5.
- ✓ Para resolver se debe separar en término:

$$d = \overbrace{v_i \cdot t}^{1^\circ \text{ término}} + \overbrace{\frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2}^{2^\circ \text{ término}}$$

**Ejemplos:**

- 1) Un auto viene marchando a 75 km/h, comienza a acelerar y en 15 minutos llega a los 110km/h ¿Cuál fue su aceleración?

**DATOS**

$$v_i = 75 \frac{km}{h}$$

$$v_f = 110 \frac{km}{h}$$

$$t = 15 \text{ min a } h = 0,25 \text{ h}$$

$$a = ?$$

**RESOLUCIÓN**

$$a = \frac{v_f - v_i}{t}$$

$$a = \frac{110 \frac{km}{h} - 75 \frac{km}{h}}{0,25 \text{ h}}$$

$$a = \frac{35 \frac{km}{h}}{0,25 \text{ h}}$$

$$a = 140 \frac{km}{h^2}$$

- 2) Facundo va con su auto a 85 km/h, aplica los frenos ligeramente y llega a 50 km/h después de 45 minutos ¿Qué aceleración posee?

**DATOS**

$$v_i = 85 \frac{km}{h}$$

$$v_f = 50 \frac{km}{h}$$

$$t = 45 \text{ min a } h = 0,75 \text{ h}$$

$$a = ?$$

**RESOLUCIÓN**

$$a = \frac{v_f - v_i}{t}$$

$$a = \frac{50 \frac{km}{h} - 85 \frac{km}{h}}{0,75 \text{ h}}$$

$$a = \frac{-35 \frac{km}{h}}{0,75 \text{ h}}$$

$$a = -46,67 \frac{km}{h^2}$$

- 3) ¿Cuánto tarda un móvil que parte del reposo y se mueve con MRUV con una aceleración de 9,8 m/s, en alcanzar una velocidad de 100km/h?

**DATOS**

$$v_i = 0 \frac{m}{s}$$

$$v_f = 100 \frac{km}{h} \cdot a \frac{m}{s} = 100 \frac{km}{h} \cdot \frac{1000m}{1km} \cdot \frac{1h}{3600s} = 27,28 \frac{m}{s}$$

$$a = 9,8 \frac{m}{s^2}$$

$$t = ?$$

**RESOLUCIÓN**

$$t = \frac{v_f - v_i}{a}$$

$$t = \frac{27,28 \frac{m}{s} - 0 \frac{m}{s}}{9,8 \frac{m}{s^2}}$$

$$t = \frac{27,28}{9,8}$$

$$t = 2,83 \text{ s}$$

- 4) Un auto se mueve con una velocidad de 72 km/h. Entra en una pendiente que le imprime una velocidad de 0,2 m/s2 y la recorre en 30 segundos. Calcular la velocidad con que finaliza.

**DATOS**

$$v_i = 72 \frac{km}{h} \cdot a \frac{m}{s} = 72 \frac{km}{h} \cdot \frac{1000m}{1km} \cdot \frac{1h}{3600s} = 20 \frac{m}{s}$$

$$a = 0,2 \frac{m}{s^2}$$

$$t = 30 \text{ s}$$

$$v_f = ?$$

**RESOLUCIÓN**

$$v_f = v_i + a \cdot t$$

$$v_f = 20 \frac{m}{s} + 0,2 \frac{m}{s^2} \cdot 30s$$

$$v_f = 20 \frac{m}{s} + 6 \frac{m}{s}$$

$$v_f = 26 \frac{m}{s}$$

5) Un vehículo lleva una velocidad de 30m/s, acelera por 3 segundos con una aceleración de 2m/s<sup>2</sup>. Calcular la distancia que recorre en ese tiempo.

**DATOS**

$$v_i = 30 \frac{m}{s}$$

$$t = 3 \text{ s}$$

$$a = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$d = ?$$

**RESOLUCIÓN**

$$d = v_i \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$d = 30 \frac{m}{s} \cdot 3s + 0,5 \cdot 2 \frac{m}{s^2} \cdot (3s)^2$$

$$d = 90 \text{ m} + 1 \frac{m}{s^2} \cdot 9s^2$$

$$d = 90 \text{ m} + 9 \text{ m}$$

$$d = 99 \text{ m}$$

6) Un auto lleva una velocidad de 60 km/h. Aprieta los frenos y se detiene a los 5 segundos ¿Qué espacio recorrió en ese lapso de tiempo?

**DATOS**

$$v_i = 60 \frac{km}{h} \cdot a \frac{m}{s} = 60 \frac{km}{h} \cdot \frac{1000m}{1km} \cdot \frac{1h}{3600s} = 16,67 \frac{m}{s}$$

$$v_f = 0 \frac{m}{s}$$

$$t = 5 \text{ s}$$

$$a = ?$$

$$d = ?$$

**RESOLUCIÓN**

Para calcular la distancia necesito saber cuál es la aceleración

$$a = \frac{0 \frac{m}{s} - 16,67 \frac{m}{s}}{5 \text{ s}}$$

$$a = \frac{-16,67 \frac{m}{s}}{5 \text{ s}}$$

$$a = -3,33 \frac{m}{s^2}$$

Ahora podemos calcular la distancia

$$d = v_i \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$d = 16,67 \frac{m}{s} \cdot 5s + 0,5 \cdot (-3,33 \frac{m}{s^2}) \cdot (5s)^2$$

$$d = 83,35 \text{ m} - 1,67 \frac{m}{s^2} \cdot 25s^2$$

$$d = 83,35 \text{ m} - 41,74 \text{ m}$$

$$d = 41,6 \text{ m}$$

## ACTIVIDAD:

1) Indicar si cada uno de los siguientes enunciados es Falso (F) o Verdadero. Anotar F o V al comienzo de cada enunciado, justifica las falsas.

a) \_\_\_\_\_ Un cuerpo se encuentra en movimiento cuando cambia o varía su posición a medida que transcurre el tiempo.

b) \_\_\_\_\_ La aceleración de un cuerpo es cero, cuando su velocidad es constante.

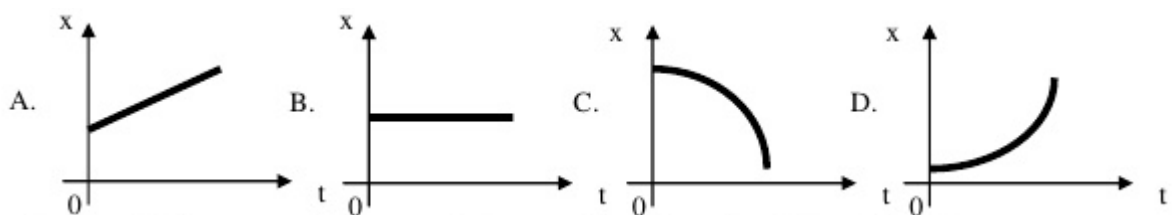
c) \_\_\_\_\_ Cuando una persona acciona el pedal de freno de un automóvil, se produce una aceleración positiva.

d) \_\_\_\_\_ La aceleración es el cambio de velocidad que puede sufrir un cuerpo, ya sea un aumento o disminución de velocidad.

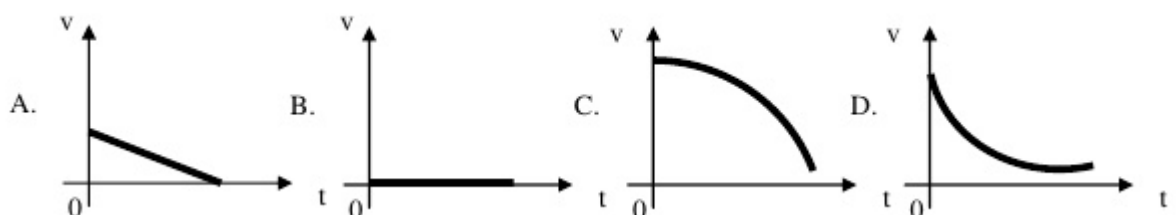
e) \_\_\_\_ En un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA), significa que el cuerpo experimenta variaciones de velocidad iguales en intervalos de tiempo iguales.

- 2) ¿Cuál es la aceleración de un móvil cuya velocidad aumenta de 0m/s a 20 m/s en 5 segundos?
- 3) ¿Cuál es la aceleración de un móvil que en 4 segundos alcanza una velocidad de 10 Km/h habiendo partido del reposo?
- 4) ¿Qué velocidad inicial debería tener un móvil cuya aceleración es de  $2 \text{ m/s}^2$  para alcanzar una velocidad de 108 km/h en los 5 segundos de su partida? Representar la velocidad y la aceleración en función del tiempo.
- 5) Un tren lleva una velocidad de 18 m/s, frena y se detiene en 15 segundos. Calcular:
  - a) su aceleración.
  - b) la distancia recorrida al frenar.
- 6) Una bicicleta entra en una pendiente con una velocidad de 36 km/h y adquiere una aceleración de  $0,5 \text{ m/s}^2$ . La bajada dura 8 segundos. ¿Cuál qué velocidad tiene al final de la pendiente?
- 7) La velocidad de un tren se reduce uniformemente de 12 m/s a 5 m/s. Sabiendo que durante ese tiempo recorre una distancia de 100 m. Calcular:
  - a) la aceleración.
  - b) la distancia que recorre a continuación hasta detenerse suponiendo la misma aceleración.
- 8) Un ingeniero quiere diseñar una pista para aviones de manera que puedan despegar con una velocidad de valor 72 m/s. Estos aviones pueden acelerar uniformemente a razón de  $4 \text{ m/s}^2$ . Determine el tiempo que tardarán los aviones en adquirir la velocidad de despegue.
- 9) Un móvil con una velocidad inicial de 10 km/h comienza a acelerar a razón de  $6 \text{ m/s}^2$ . ¿Qué distancia recorre durante los 20 segundo?
- 10) Un tren viaja a una velocidad de 70 km/h. Comienza a reducir su velocidad hasta detenerse a los 10 segundos. ¿A qué distancia recorre?
- 11) Indicar según corresponda en cada caso:

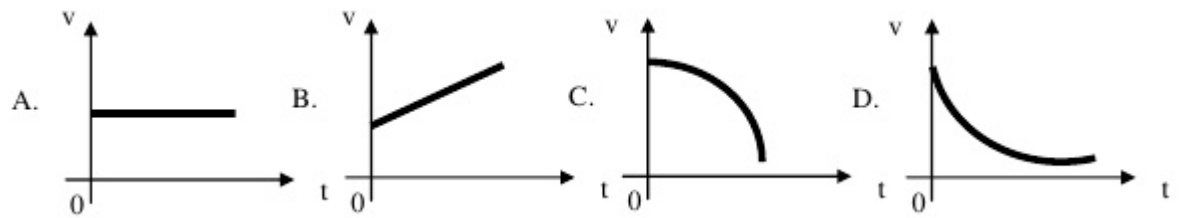
a) Un vehículo se encuentra en reposo. Indicar ¿cuál podría ser la gráfica distancia - tiempo adecuada?



b) Un vehículo se encuentra en reposo. Indicar ¿cuál podría ser la gráfica velocidad - tiempo adecuada?



c) Un vehículo se mueve con una velocidad constante positiva. Indicar ¿cuál podría ser la gráfica velocidad - tiempo adecuada?



**d)** Un vehículo se mueve con una velocidad que va aumentando uniformemente. Indicar ¿cuál podría ser la gráfica aceleración - tiempo adecuada?

